

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

מחונן למבחן מפמ"ר לכיתה ט', רמה רגילה, 2012 – תשע"ב

טור א'

שאלה	סעיף	תשובות	ניקוד מפורט והערות
1	א	תשובה: סעיף IV $n(x) = 2(x - 3)^2 - 4$	4 נקודות
	ב	תשובה: (I) לא נכון (II) נכון (III) נכון (IV) נכון	6 נקודות תשובה מלאה - 4 סעיפים נכונים 4 נק' - שלושה סעיפים נכונים 2 נק' - שני סעיפים נכונים 1 נק' - סעיף אחד נכון
	ג	תשובה: $1 < x < 5$ דרך פתרון אפשרית: $(x - 3)^2 - 4 < 0$ $(x - 3)^2 < 4$ $(x - 3)^2 = 4$ $x - 3 = 2 / +3$ $x = 5$ $x - 3 = -2 / +3$ $x = 1$	6 נקודות תשובה מלאה 4 נק' - מציאת נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x (2 נק' לכל ערך של x) 2 נק' - כתיבת התחום בו הפונקציה שלילית להוריד: 2 נק' - על טעות חישוב אחת והמשך עקבי לטעות 0 נק' - שתי טעויות חישוב או יותר - תשובה נכונה ללא דרך הערות: - אין חובה להיעזר בשרטוט הגרף במהלך הפתרון. - יש לקבל גם פתרון הכתוב במילים ולא בדרך אלגברית.
	ד	תשובה אפשרית: $y = -(x - 3)^2 - 4$	4 נקודות
ה	שאלה חלופית לשאלת ההסתברות תשובה: $y = -6x + 14$ דרך פתרון אפשרית: א. מציאת הקדקוד של הפונקציה $(1, 8) : y = -2(x + 1)(x - 3)$ ב. מציאת השיפוע של הישר $\frac{8 + 4}{1 - 3} = \frac{12}{-2} = -6$ ג. מציאת המשוואה של הפונקציה הקווית: $y - 8 = -6(x - 1)$ $y = -6x + 14$	8 נקודות תשובה מלאה 3 נק' - מציאת הקדקוד של הפונקציה 2 נק' - חישוב שיפוע 3 נק' - מציאת המשוואה של הפונקציה הקווית להוריד: 2 נק' - טעות בחישוב והמשך עקבי לטעות	
בנוס	תשובה: סעיף I נימוק: (1) תחום ההגדרה הוא $x \neq 3$ (2) שיעורי ה-x של נקודות החיתוך עם ציר x הן: $x_1 = 1$ $x_2 = 5$ מתבסס על סעיף ג' של השאלה (3) הערך המקסימלי של הפונקציה יכול להיות 1: $\frac{(x - 3)^2 - 4}{(x - 3)^2} = 1 - \frac{4}{(x - 3)^2}$ המחוסר תמיד חיובי ולכן הערך המקסימלי קטן מ-1.	8 נקודות תשובה מלאה 2 נק' - בחירת סעיף I 6 נק' - נימוק מלא 2 נק' - התייחסות לתחום ההגדרה 2 נק' - התייחסות לנקודות החיתוך עם ציר x 2 נק' - התייחסות לערך המקסימלי של הפונקציה	

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

	א	תשובה: 0.25	2 נקודות
2	ב	תשובה: $\frac{3}{16}$ -הסבר אפשרי: ההסתברות לקבל מספר חיובי בשעון הראשון היא $\frac{1}{4}$ ההסתברות לקבל מספר חיובי בשעון השני היא $\frac{3}{4}$ ולכן ההסתברות לנצח במשחק היא המכפלה של ההסתברויות: $\frac{3}{16}$ -הסבר אפשרי המבוסס על תרשים עץ.	4 נקודות תשובה מלאה 2 נק' – חישוב ההסתברות 2 נק' – הסבר נכון להוריד: 1 נק' – על טעות חישוב אחת והמשך עקבי לטעות לא להוריד: טעות בסעיף א' והמשך עקבי לטעות בסעיף ב'
	ג	תשובה: $\frac{3}{4}$	2 נקודות
	א	תשובה: סעיף III $\frac{x(12-x)}{2} + 39 = (9-x)^2$	4 נקודות
3	ב	תשובה: עדי צודקת. נימוק אפשרי: לא יתכן $x = 14$ כי אז הקטע שאורכו $x - 9$ יהיה באורך שלילי.	4 נקודות הערה: לקבל כל נימוק נכון
	ג	תשובה: שטח המשולש 10 סמ"ר. דרך חישוב אפשרית: הצבה בביטויים המתאימים לאורכי הצלעות במשולש: $\frac{2(3+9-2)}{2} = 10$	4 נקודות 1 נק' – תשובה 3 נק' – הצגת דרך חישוב להוריד: 1 נק' – על טעות חישוב אחת והמשך עקבי לטעות
4	א	תשובה: $\frac{6}{x-5} = 8 - \frac{2x+10}{x^2-25}$ תה. $x \neq 5, -5$ $\frac{6}{x-5} = 8 - \frac{2(x+5)}{(x-5)(x+5)}$ $\frac{6}{x-5} = 8 - \frac{2}{x-5} / \cdot (x-5)$ $6 = 8(x-5) - 2$ $8 = 8(x-5)$ $1 = x-5$ $6 = x$	6 נקודות תשובה מלאה 2 נק' – פירוק לגורמים של המכנה 2 נק' – צמצום השבר 1 נק' – מציאת כפולה משותפת 1 נק' – הכפלה בכפולה המשותפת להוריד: 2 נק' – על טעות חישוב אחת והמשך עקבי לטעות
	ב	תשובה: מיכל צדקה. אחד הפתרונות שמצא ערן איננו בתחום ההצבה.	4 נקודות הערה: לקבל גם כתשובה "ערן צדק בדרך הפתרון אבל לא התייחס לתחום ההצבה".
5	א	תשובה: 200 מ"ב	3 נקודות
	ב	תשובה: 11 דקות	3 נקודות
	ג	תשובה: סעיף IV 20MB	3 נקודות

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

<p>6 נקודות</p> <p>להוריד: 2 נק' – על מתן התשובה 125MB</p>	<p>תשובה: 125,000KB אם התוכנה כולה תרד ב 12 דקות ו- 40 שניות ונותרו 8 דקות ו-30 שניות להורדת התוכנה, הרי עברו 4 דקות ו-10 שניות מתחילת ההורדה, כלומר 250 שניות. נפח התוכנה שהורד ב- 250 שניות הוא: $500 \cdot 250 = 125,000$ כלומר, 250 שניות X 500KB שווים ל 125,000KB.</p>	<p>ד</p>	
<p>10 נקודות תשובה מלאה 10 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 2 נק' – אם הנימוקים חלקיים.</p> <p>להוריד: 4 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: BD FC ו- AC BF (נתון) ↓ FC BE ו- BF EC (חלק מקטעים מקבילים) ↓ EBFC מקבילית (מרובע בעל שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות) ABCD מלבן (נתון) AC = BD (האלכסונים במלבן שווים זה לזה) BE = EC (במלבן האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה) ↓ EBFC מעוין (מקבילית בעלת זוג צלעות סמוכות שוות) מ.ש.ל</p>	<p>א</p>	<p>6</p>
<p>10 נקודות תשובה מלאה 10 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 2 נק' – אם הנימוקים חלקיים.</p> <p>להוריד: 4 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: נתבונן במשולש BCD ED = BE (אלכסונים במלבן חוצים זה את זה) EBFC מעוין (הוכח בסעיף קודם) GC = BG (אלכסונים במעוין חוצים זה את זה) ↓ EG קטע אמצעים במשולש BCD $EG = \frac{1}{2} DC$ (קטע אמצעים במשולש שווה למחצית הצלע השלישית) מ.ש.ל</p>	<p>ב</p>	

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

<p>15 נקודות תשובה מלאה 15 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 3 נק' – אם הנימוקים חלקיים.</p> <p>להוריד: 5 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: AFBC הוא דלתון (BC = BF ,AC = AF) $\angle B = 80^\circ$ $\angle CAF = 160^\circ$ (זווית מרכזית שווה פי 2 מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת) $\angle A = 200^\circ$ (הזווית הפנימית של הדלתון משלימה את $\angle CAF$ ל-360°) $\angle C = \angle F = 40^\circ$ (זוויות הצד בדלתון שוות, משלימות את סכום הזוויות בדלתון ל-360°) מ.ש.ל.</p>	7	
<p>15 נקודות תשובה מלאה 15 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 3 נק' – אם הנימוקים חלקיים</p> <p>להוריד: 5 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: נתון שמשולש ABC שווה (שוקיים) CB = CA $\angle A = \angle B$ (זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים) ED FC (נתון) ED מקבילית ובמקבילית הצלעות הנגדיות מקבילות) ED AC (תמשך קטעים מקבילים) $\angle A = \angle EBD$ (זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים) $\angle B = \angle EBD$ (כלל המעבר) ED = EB אם במשולש שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים) מ.ש.ל.</p>	8	
<p>5 נקודות תשובה מלאה 4 נק' – 3 תשובות נכונות 3 נק' – 2 תשובות נכונות 1 נק' – תשובה אחת נכונה</p>	<p>תשובה: טענות שאפשר להוכיח: - משולש KHL הוא ישר זווית ושווה שוקיים - המרובע DCLK הוא טרפז שווה שוקיים טענות שאי אפשר להוכיח: KB \perp LB - DK = AD -</p>	א	
<p>10 נקודות תשובה מלאה 10 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 1 נק' – אם הנימוקים חלקיים</p> <p>להוריד: 3 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים</p>	<p>פתרון אפשרי: צ"ל: $DK = \frac{1}{3}KB$ נתבונן במשולש HKL HD = DK (נתון) DC קטע אמצעים במשולש) BH = HD (ABCD ריבוע. האלכסונים בריבוע שווים זה לזה וחוצים זה את זה) $HD = BH = DK$ (כלל המעבר) $DK = \frac{1}{3}KB$ מ.ש.ל.</p>	ב	9

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

טור ב'

שאלה	סעיף	תשובות	ניקוד מפורט והערות
1	א	תשובה: סעיף III $n(x) = -2(x - 3)^2 + 4$	4 נקודות
	ב	תשובה: (I) נכון (II) לא נכון (III) נכון (IV) נכון	6 נקודות תשובה מלאה - 4 סעיפים נכונים 4 נק' - שלושה סעיפים נכונים 2 נק' - שני סעיפים נכונים 1 נק' - סעיף אחד נכון
	ג	תשובה: $1 < x < 5$ דרך פתרון אפשרית: $-(x - 3)^2 + 4 > 0$ $-(x - 3)^2 > -4$ $-(x - 3)^2 = -4$ $(x - 3)^2 = 4$ $x - 3 = 2 / +3$ $x = 5$ $x - 3 = -2 / +3$ $x = 1$	6 נקודות תשובה מלאה 4 נק' - מציאת נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x (2 נק' לכל ערך של x) 2 נק' - כתיבת התחום בו הפונקציה חיובית להוריד: 2 נק' - על טעות חישוב אחת והמשך עקבי לטעות 0 נק' - שתי טעויות חישוב או יותר - תשובה נכונה ללא דרך הערות: - אין חובה להיעזר בשרטוט הגרף במהלך הפתרון. - יש לקבל גם פתרון הכתוב במילים ולא בדרך אלגברית.
	ד	תשובה אפשרית: $y = (x - 3)^2 + 4$	4 נקודות
	ה	שאלה חלופית לשאלת ההסתברות תשובה: $y = -x + 7$ דרך פתרון אפשרית: א. מציאת הקדקוד של הפונקציה $(-1, 8) : y = -2(x - 1)(x + 3)$ ב. מציאת השיפוע של הישר $\frac{8 - 4}{-1 - 3} = \frac{4}{-4} = -1$ ג. מציאת המשוואה של הפונקציה הקווית: $y - 8 = -(x + 1)$ $y = -x + 7$	8 נקודות תשובה מלאה 3 נק' - מציאת הקדקוד של הפונקציה 2 נק' - חישוב שיפוע 3 נק' - מציאת המשוואה של הפונקציה הקווית להוריד: 2 נק' - טעות בחישוב והמשך עקבי לטעות
בנוס	תשובה: סעיף II נימוק: (1) תחום ההגדרה הוא $x \neq 3$ (2) שיעורי ה-x של נקודות החיתוך עם ציר x הן: $x_1 = 1$ $x_2 = 5$ מתבסס על סעיף ג' של השאלה (3) הערך המקסימלי של הפונקציה יכול להיות 1: $\frac{-(x - 3)^2 + 4}{-(x - 3)^2} = 1 + \frac{4}{-(x - 3)^2} = 1 - \frac{4}{(x - 3)^2}$ המחוסר תמיד חיובי ולכן הערך המקסימלי קטן מ-1.	8 נקודות תשובה מלאה 2 נק' - בחירת סעיף II 6 נק' - נימוק מלא 2 נק' - התייחסות לתחום ההגדרה 2 נק' - התייחסות לנקודות החיתוך עם ציר x 2 נק' - התייחסות לערך המקסימלי של הפונקציה	

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

	א	תשובה: 0.75	2 נקודות
2	ב	<p>תשובה: $\frac{3}{16}$</p> <p>הסבר אפשרי: ההסתברות לקבל מספר חיובי בשעון הראשון היא $\frac{3}{4}$</p> <p>ההסתברות לקבל מספר חיובי בשעון השני היא $\frac{1}{4}$ ולכן ההסתברות לנצח במשחק היא המכפלה של ההסתברויות: $\frac{3}{16}$</p> <p>הסבר אפשרי המבוסס על תרשים עץ.</p>	<p>4 נקודות תשובה מלאה</p> <p>2 נק' – חישוב ההסתברות</p> <p>2 נק' – הסבר נכון</p> <p>להוריד:</p> <p>1 נק' – על טעות חישוב אחת והמשך עקבי לטעות</p> <p>לא להוריד:</p> <p>טעות בסעיף א' והמשך עקבי לטעות בסעיף ב'</p>
	ג	תשובה: $\frac{1}{4}$	2 נקודות
3	א	<p>תשובה: סעיף II</p> $\frac{x(15-x)}{2} + 3 = (9-x)^2$	4 נקודות
	ב	<p>תשובה: נעמה צודקת. נימוק אפשרי: לא יתכן $x = 13$ כי אז הקטע שאורכו $9-x$ יהיה באורך שלילי.</p>	4 נקודות
	ג	<p>תשובה: שטח המשולש 22 סמ"ר. דרך חישוב אפשרית: הצבה בביטויים המתאימים לאורכי הצלעות במשולש:</p> $\frac{4(6+9-4)}{2} = 22$	4 נקודות
4	א	<p>תשובה:</p> $\frac{7}{x+2} = 2 - \frac{5x+10}{x^2-4}$ <p>תה $x \neq 2, -2$</p> $\frac{7}{x+2} = 2 - \frac{5(x+2)}{(x-2)(x+2)}$ $\frac{7}{x+2} = 2 - \frac{5}{x-2} \cdot (x+2)$ $7 = 2(x+2) - 5$ $12 = 2(x+2)$ $6 = x+2$ $4 = x$	6 נקודות תשובה מלאה
	ב	<p>תשובה: אפרת צדקה. אחד הפתרונות שמצא אלעד איננו בתחום ההצבה.</p>	4 נקודות
5	א	תשובה: 200 מ"ב	3 נקודות
	ב	תשובה: 10 דקות	3 נקודות
	ג	תשובה: סעיף III 10MB	3 נקודות

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

<p>6 נקודות</p> <p>להוריד: 2 נק' – על מתן התשובה 125MB</p>	<p>תשובה: 125,000KB אם התוכנה כולה תרד ב 11 דקות ו- 40 שניות ונותרו 7 דקות ו-30 שניות להורדת התוכנה, הרי עברו 4 דקות ו- 10 שניות מתחילת ההורדה, כלומר 250 שניות. נפח התוכנה שהורד ב- 250 שניות הוא: $500 \cdot 250 = 125,000$ כלומר, 250 שניות X 500KB שווים ל 125,000KB.</p>	<p>ד</p>	
<p>10 נקודות תשובה מלאה 10 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 2 נק' – אם הנימוקים חלקיים.</p> <p>להוריד: 4 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: FM GL FK ML (נתון) ↓ DL FM FD ML (חלק מקטעים מקבילים) ↓ FDLM מקבילית (מרובע בעל שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות) FGKL מלבן (נתון) FK = LG (האלכסונים במלבן שווים זה לזה) FD = LD (במלבן האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה) ↓ FDLM מעוין (מקבילית בעלת זוג צלעות סמוכות שוות) מ.ש.ל</p>	<p>א</p>	<p>6</p>
<p>10 נקודות תשובה מלאה 10 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 2 נק' – אם הנימוקים חלקיים.</p> <p>להוריד: 4 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: נתבונן במשולש FKL FD = DK (אלכסונים במלבן חוצים זה את זה) FDLM מעוין (הוכח בסעיף קודם) ET = TL (אלכסונים במעוין חוצים זה את זה) ↓ TD קטע אמצעים במשולש FKL $TD = \frac{1}{2} KL$ (קטע אמצעים במשולש שווה למחצית הצלע השלישית) מ.ש.ל</p>	<p>ב</p>	

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אשכול מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

<p>15 נקודות תשובה מלאה 15 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 3 נק' – אם הנימוקים חלקיים.</p> <p>להוריד: 5 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: ABCD הוא דלתון ($AB = BC, AD = DC$) $\Downarrow \angle B = 100^\circ$ $\angle CDA = 200^\circ$ (זווית מרכזית שווה פי 2 מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת) $\angle D = 160^\circ$ (הזווית הפנימית של הדלתון משלימה את $\angle CDA$ ל- 360°) $\angle C = \angle A = 50^\circ$ (זוויות הצד בדלתון שוות, משלימות את סכום הזוויות בדלתון ל 360°) מ.ש.ל.</p>		7
<p>15 נקודות תשובה מלאה 15 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 3 נק' – אם הנימוקים חלקיים</p> <p>להוריד: 5 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים.</p>	<p>פתרון אפשרי: AB = AC (נתון) שמשולש ABC שווה (שוקיים) $\Downarrow \angle B = \angle C$ (זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים) ED AF (נתון) ADEF מקבילית ובמקבילית הצלעות הנגדיות מקבילות) ED AB (המשך קטעים מקבילים) $\Downarrow \angle B = \angle DEC$ (זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים) $\Downarrow \angle C = \angle DEC$ (כלל המעבר) $\Downarrow ED = DC$ אם במשולש שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים) מ.ש.ל.</p>		8
<p>5 נקודות תשובה מלאה 4 נק' – 3 תשובות נכונות 3 נק' – 2 תשובות נכונות 1 נק' – תשובה אחת נכונה</p>	<p>תשובה: טענות שאפשר להוכיח: $AC \perp BD$ - המרובע DCKL הוא טרפז שווה שוקיים - משולש CPD הוא ישר זווית ושווה שוקיים טענה שאי אפשר להוכיח: $DK = AD$</p>	א	
<p>10 נקודות תשובה מלאה 10 נק' – הוכחה מלאה כולל נימוקים. כל הוכחה נכונה מתקבלת.</p> <p>להוריד: 1 נק' – אם הנימוקים חלקיים</p> <p>להוריד: 3 נק' – אם אין נימוקים או הנימוקים שגויים</p>	<p>פתרון אפשרי: צ"ל: $AP = \frac{1}{3} AC$ נתבונן במשולש PCD $PK = HC$ (נתון) KL קטע אמצעים במשולש) $AP = PK$ (ABKL ריבוע. האלכסונים בריבוע שווים זה לזה וחוצים זה את זה) $\Downarrow AP = PK = KC$ (כלל המעבר) $\Downarrow AP = \frac{1}{3} AC$ מ.ש.ל.</p>	ב	9