מתמטיקה בהישג יד

דודו גולדשטיין

הסתברות א





מדע וחברה

חוברת לימוד ותרגול
ברמת 3 יחידות לימוד.

נושאי הלימוד

הסתברות - הכרות.....2

הגדרת הסתברות.....3

מאורע חד שלבי.....7

תהליכים דו שלביים.....13

עץ הסתברויות.....23

עקרון הכפל בעץ הסתברויות.....27

רולטה.....32

תרגילי חזרה.....35

תשובות.....51

מעבר לפינה נמצא מישהו כמוך, שמחפש חברה.

עמוד 1 © כל הזכויות שמורות. אין לצלם או להעתיק חוברת זו ללא אישור מהמחבר. www.lomdimbareshet.net

הסתברות - הכרות

הסתברות - תחום במתמטיקה שעוסק בסיכויי התרחשות של מאורעות.

העיסוק המתמטי בהסתברות החל לפני כ 400 שנים בהקשר של הימורים ומשחקי מזל.





שימושים בחיי היום יום

עם התפתחות המתמטיקה והמדע, נמצאו להסתברות שימושים במגוון תחומים.

בריאות ורפואה - הסתברות הצלחת טיפולים רפואיים תרופות וחיסונים.

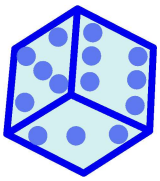
תחבורה - הסתברות התרחשות עומסי תמועה ותאונות דרכים.

כלכלה - קביעת גובה ריבית בהתאם להסתברות החזרת הלוואה.

ביטוח - קביעת מחיר ביטוח, בהתאם להסתברות התרחשות מקרה ביטוחי (גניבה , מחלה וכו').

הימורים - קביעת סכום הפרס בהתאם להסתברות הזכייה.

קובייה

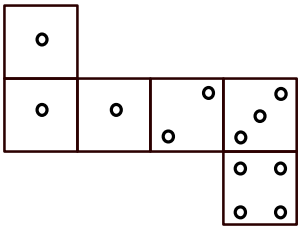


על גבי פאות קוביית משחק מאוירים עיגולים המייצגים את המספרים 1 2 3 4 5 6 .

ההסתברות שקוביית משחק מאוזנת, תיעצר על המספר 4 היא $\frac{1}{6}$ (1 מתוך 6) .

ההסתברות שקוביית משחק מאוזנת, תיעצר על מספר שונה מ 4 היא $\frac{5}{6}$.

תרגול

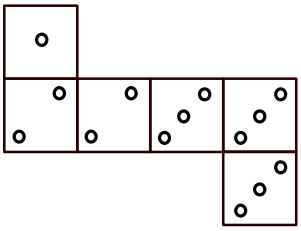


(1) לפניכם פריסה של קוביות משחק מאוזנת. מטילים את הקובייה.

א. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על 1 ?

ב. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר שונה מ 1 ?

ג. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר גדול מ 2 ?



(2) מטילים קוביית משחק מאוזנת שפריסתה מתוארת באיור.

א. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר אי זוגי ?

ב. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר גדול מ 2 ?

ג. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר זוגי קטן מ 2 ?

ד. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר אי זוגי גדול מ 1 ?

1) א. 3/6 ב. 3/6 ג. 2/6 3) א. 2/3 ב. 1/2 ג. 0 ד. 1/2

עמוד 9 © כל הזכויות שמורות. אין לצלם או להעתיק חוברת זו ללא אישור מהמחבר. www.lomdimbareshet.net

עקרון הכפל בהסתברות

ההסתברות לקיום מספר אירועים,

היא <u>מכפלת ההסתברויות</u> של כל אחד מהם.

<u>דוגמאות</u>

מטילים שני מטבעות.

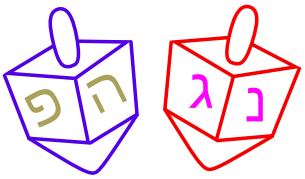


ההסתברות שהמטבע הראשן יראה "מספר" היא $\frac{1}{2}$ (אפשרות 1 מתוך 2) .

ההסתברות שהמטבע השני יראה "מספר" היא $\frac{1}{2}$.

לפי **עקרון הכפל,** ההסתברות ששני המטבעות יראו "מספר" היא $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

מסובבים שני סביבונים.

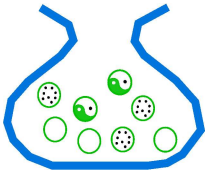


ההסתברות שהסביבון הראשון ייעצר על האות פ היא $\frac{1}{4}$ (אפשרות 1 מתוך 4) .

ההסתברות שהסביבון השני ייעצר על האות פ היא $\frac{1}{4}$.

לפי **עקרון הכפל,** ההסתברות ששני הסביבונים ייעצרו על האות פ היא $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

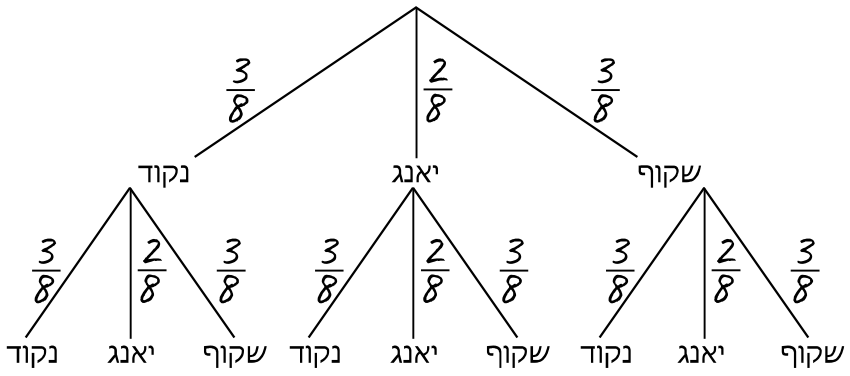
דוגמה ב



בתוך כד יש 8 גולות בגדלים זהים. 3 שקופות , 3 נקודות ו 2 יאנג .

מוציאים באקראי גולה. **מחזירים** אותה לכד ובאקראי מוציאים גולה נוספת.

לפניכם עץ הסתברויות המתאר 9 מסלולים ואת ההסתברויות של הוצאת הכדורים מהכד.



תשעת המסלולים האפשריים לסדר הוצאת הגולות מהכד הם:

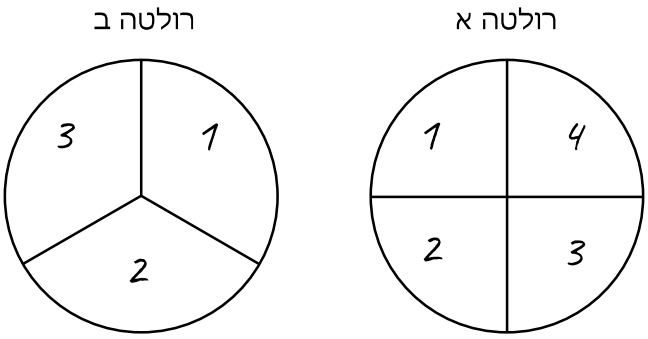
שקוף ← שקוף	שקוף ← יאנג	שקוף ← נקוד
יאנג ← שקוף	יאנג ← יאנג	יאנג ← נקוד
נקוד ← שקוף	נקוד ← יאנג	נקוד ← נקוד

ציירו עץ הסתברויות לתיאור התהליך הדו שלבי הבא

בקופסה היו 3 סוכריות טופי, 4 סוכריות קרמל ו 5 סוכריות מסטיק.

הוציאו באקראי סוכרייה מהקופסה והחזירו אותה והוציאו באקראי סוכרייה נוספת.

(2) שתי רולטות מחולקות באופן הבא



ברולטה א 4 גזרות חופפות וכל מספר רשום על פני 1/4 מהיקף הרולטה.

רולטה ב מחולקת ל 3 גזרות חופפות וכל מספר רשום על פני 1/3 משטח הרולטה.

מסובבים כדור ברולטה א וכדור ברולטה ב.

א. מהי ההסתברות שלפחות אחד הכדורים ייעצר על המספר 3 ?

ב. מהי ההסתברות שאף כדור לא ייעצר על המספר 3 ?

ג. מהי ההסתברות שברולטה א הכדור ייעצר על מספר גדול מ 2 וברולטה ב הכדור ייעצר על מספר גדול מ 1 ?

1) א. 7/24 ב. 1/8 ג. 5/24 2) א. 1/2 ב. 1/2 , 1/3

לשימוש פרטי בלבד. אין להשתמש במוסדות חינוך.