

מתמטיקה בהישג יד

דודו גולדשטיין

הסתברות א



מדע וחברה

חוברת לימוד ותרגול
ברמת 3 יחידות לימוד.

נושאי הלימוד

2.....	הסתברות - הכרות
3.....	הגדרת הסתברות
7.....	מאורע חד שלבי
13.....	תהליכים דו שלביים
22.....	עץ הסתברויות
26.....	עקרון הכפל בעץ הסתברויות
29.....	רולטה
32.....	תרגילי חזרה
41.....	תשובות

מעבר לפינה נמצא מישהו, שכמוך, מחפש חברה.

הסתברות - הכרות

הסתברות היא תחום במתמטיקה שעוסק בסיכויי התרחשות של מאורעות. העיסוק המתמטי בהסתברות החל במאה ה-17 בהקשר של הימורים ומשחקי מזל.



שימושים בחיי היום יום

עם התפתחות המתמטיקה והמדע, נמצאו להסתברות שימושים במגוון תחומים.

בריאות ורפואה - הסתברות לטיפול במחלות ובדיקת יעילות של טיפולים תרופות וחיסונים.

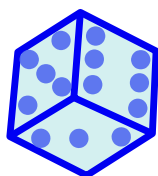
תחבורה - הקצאת משאבים בהתאם להסתברות התרחשות עומסי תמועה ותאונות דרכים.

כלכלה - קביעת גובה ריבית בהתאם להסתברות החזרת הלוואה.

ביטוח - קביעת מחיר ביטוח, בהתאם להסתברות התרחשות מקרה ביטוחי (גניבה, מחלה וכו').

הימורים - קביעת סכום הפרס בהתאם להסתברות הזכייה.

קובייה

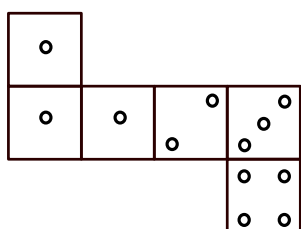


על גבי פאות קוביית משחק מאוירים עיגולים המייצגים את המספרים 1 2 3 4 5 6.

ההסתברות שקוביית משחק מאוזנת, תיעצר על המספר 4 היא $\frac{1}{6}$ (1 מתוך 6).

ההסתברות שקוביית משחק מאוזנת, תיעצר על מספר שונה מ 4 היא $\frac{5}{6}$.

תרגול

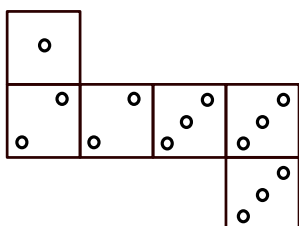


(1) לפניכם פריסה של קוביות משחק מאוזנת. מטילים את הקובייה.

א. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על 1 ?

ב. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר שונה מ 1 ?

ג. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר גדול מ 2 ?



(2) מטילים קוביית משחק מאוזנת שפריסתה מתוארת באיור.

א. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר אי זוגי ?

ב. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר גדול מ 2 ?

ג. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר זוגי קטן מ 2 ?

ד. מהי ההסתברות שהקובייה תיעצר על מספר אי זוגי גדול מ 1 ?

- 1) א. $\frac{3}{6}$ ב. $\frac{3}{6}$ ג. $\frac{2}{6}$ (3) א. $\frac{2}{3}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. 0 ד. $\frac{1}{2}$

עקרון הכפל בהסתברות

ההסתברות לקיום מספר אירועים,



היא **מכפלת ההסתברויות של כל אחד מהם.**

דוגמאות

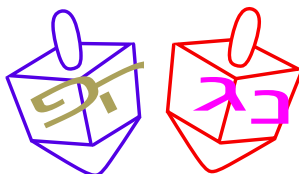


מטילים שני מטבעות.

ההסתברות שהמטבע הראשון יראה "מספר" היא $\frac{1}{2}$ (אפשרות 1 מתוך 2).

ההסתברות שהמטבע השני יראה "מספר" היא $\frac{1}{2}$.

לפי **עקרון הכפל**, ההסתברות ששני המטבעות יראו "מספר" היא $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

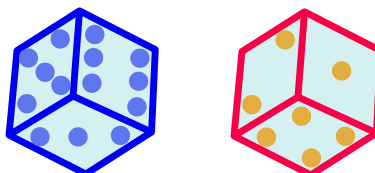


מסובבים שני סביבונים.

ההסתברות שהסביבון הראשון יעצר על האות פ היא $\frac{1}{4}$ (אפשרות 1 מתוך 4).

ההסתברות שהסביבון השני יעצר על האות פ היא $\frac{1}{4}$.

לפי **עקרון הכפל**, ההסתברות ששני הסביבונים יעצרו על האות פ היא $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$.



מטילים שתי קוביות.

ההסתברות שהקובייה הראשונה תראה את המספר 3 היא $\frac{1}{6}$ (אפשרות 1 מתוך 6).

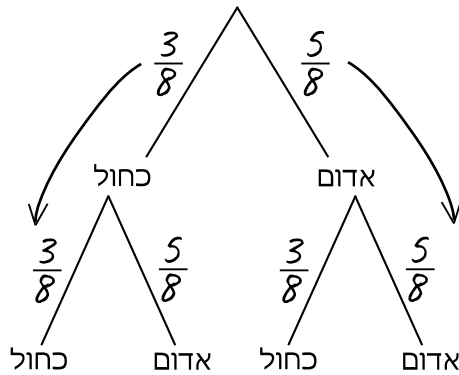
ההסתברות שהקובייה הראשונה תראה את המספר 3 היא $\frac{1}{6}$.

לפי **עקרון הכפל**, ההסתברות ששתי הקוביות יראו את המספר 3 היא $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

עקרון הכפל בעץ הסתברויות

דוגמה

בקלמר היו 8 עטים מאותו סוג. 5 מהם אדומים ו 3 כחולים. הוציאו באקראי עט אחד מהקלמר, **החזירו** אותו והוציאו באקראי עט נוסף.



נציג תרשים עץ הסתברויות המתאר את נתוני השאלה. העץ כולל 4 מסלולים.

מהי ההסתברות שהוציאו שני עטים כחולים ?

פתרון

המסלול שמתאים לשני עטים כחולים הוא כחול ← כחול
 נחשב את ההסתברות לקיום המסלול באמצעות **עקרון הכפל**

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$$

מהי ההסתברות שהוציאו שני עטים באותו צבע ?

פתרון

יש שני מסלולים שמתאימים לשאלה: כחול ← כחול ו אדום ← אדום
 נשתמש ב**עקרון הכפל** לחישוב ההסתברות ההתרחשות של כל מסלולים ונחבר

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{34}{64}$$

חשבו את ההסתברות שהעט הראשון אדום והשני כחול

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$$

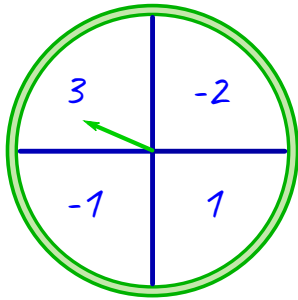
חשבו את ההסתברות שהעטים בצבעים שונים

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{30}{64}$$

(4) שני תלמידים שלמדו את הנושא מספרים מכוונים יצרו משחק לתרגול הנושא.

בראל השתמש בקרטון ויצר שעון המחולק ל 4 גזרות שוות. על הגזרות רשם

את המספרים: $1, -1, 3, -2$.



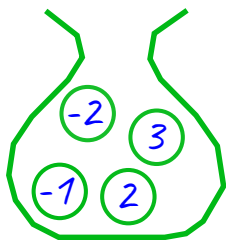
א. בראל סובב את מחוג השעון והוא נעצר באקראי על

אחד המספרים.

מהי ההסתברות שהמחוג נעצר על המספר 3 ?

נתנאל השתמש בחימר ויצר כד ו 4 כדורים זהים. על הכדורים חרט את

המספרים: $3, -2, 2, -1$.



ב. נתנאל הוציא באקראי כדור אחד מהכד.

מהי ההסתברות שעל הכדור היה מספר חיובי ?

בראל ונתנאל שיחקו יחדיו. אחד מהם סובב את מחוג השעון והשני הוציא באקראי

כדור מהכד. את סכום המספרים שהתקבלו רשמו בטבלה הבאה:

ג. השלימו את הטבלה.

	3	2	-2	-1	מספרים בכד / מספרים בשעון
					-1
				0	1
	1				-2
	6				3

ד. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיצאו לבראל ונתנאל היה 3 ?

ה. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיצאו לבראל ונתנאל היה שלילי ?